

Отзыв

официального оппонента на диссертацию Звягина А.В.

“Исследование математических моделей движения растворов полимеров с субстациональной и объективной производными”, представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертационная работа А.В. Звягина посвящена исследованию одного класса математических моделей движения сплошных сред – различных моделей движения растворов полимеров. Интерес к таким моделям и важность их исследования обусловлены успешным применением полученных для них результатов решения многочисленных практических задач. Изучению математических проблем моделей движения жидкых сред посвящены работы большого числа математиков: Ж. Лере, О. А. Ладыженской, С. Guillope, J.-C. Saut, R. Temam, J.-L. Lions, G. P. Galdi, E. S. Titi, J. Malek, А. П. Осколкова, В. Г. Литвинова, П. Е. Соболевского и др. При этом хорошо известны исследования классической модели движения вязкой несжимаемой жидкости, а именно модели Навье-Стокса. Но в последние годы было обнаружено, что многие жидкости (битумы, растворы и расплавы полимеров, эмульсии и суспензии и многие другие) не удовлетворяют основному реологическому соотношению для модели Навье-Стокса, поэтому их стали называть “неньютоновскими” жидкостями. Определяющие (реологические) соотношения для неньютоновских жидкостей зачастую содержат производные по времени различных типов (частные, субстациональные, объективные) от компонентов тензора скоростей деформации и девиатора тензора напряжений. Если исходить из принципов рациональной механики, производные в реологических соотношениях должны быть объективными, и тогда сами эти соотношения не зависят от наблюдателя. Однако, именно такие модели особенно сложны для изучения в связи с возникающими при их исследовании математическими трудностями. В данной диссертационной работе исследуется как раз одна из математических моделей неньютоновских жидкостей, удовлетворяющая принципу объективности поведения материала. Таким образом, актуальность темы диссертации не вызывает никаких сомнений.

Остановимся на содержании диссертации и полученных результатах.

Диссертация состоит из введения, трёх глав и списка литературы, содержащего 39 источников.

Первая глава посвящена исследованию ряда задач для двух стационарных моделей движения неньютоновской жидкости – модели движения слабо концентрированных водных растворов полимеров с полной производной и модели движения слабо концентрированных водных

растворов полимеров с объективной производной в реологическом соотношении. Для каждой из изучаемых моделей в работе доказано существование слабого решения краевой задачи с условием прилипания на границе как в ограниченной, так и в неограниченной области двумерного или трехмерного пространства. Также для каждой из рассматриваемых краевых задач исследуется задача оптимального управления с обратной связью и доказывается существование оптимального решения, на котором достигается минимум заданного ограниченного, полунепрерывного снизу функционала качества.

Во второй главе доказано существование слабого решения начально-краевой задачи с условием прилипания на границе для математической модели движения растворов полимеров с реологическим соотношением, удовлетворяющим принципу объективности. Здесь доказывается также существование слабого решения задачи оптимального управления с обратной связью для рассмотренной начально-краевой задачи, реализующего минимум заданного ограниченного, полунепрерывного снизу функционала качества.

В третьей главе диссертации исследуется поведение решений автономной эволюционной системы, описывающей рассматриваемую модель на бесконечности, а именно, устанавливается существование минимального траекторного и глобального аттракторов для математической модели движения растворов полимеров с объективной производной в реологическом соотношении.

Основным инструментом исследования в работе является аппроксимационно-топологический подход к изучению задач гидродинамики. Он предполагает сведение рассматриваемых задач к уравнениям в банаевом пространстве, замену исходного операторного уравнения аппроксимирующим его уравнением, для доказательства разрешимости которого используется теория степени отображения вполне непрерывных векторных полей (однозначных или многозначных), а затем, с помощью предельного перехода, – доказательство разрешимости исходного операторного уравнения. Именно построение самого операторного уравнения, связанное с выбором подходящих функциональных пространств, построение подходящих аппроксимаций и доказательство требуемых априорных оценок, являющихся основой для последующего предельного перехода, и является основным достижением в диссертации. Для доказательства существования минимального траекторного и глобального аттракторов в диссертации используется теория аттракторов, построенная на основе аппроксимационно-топологического метода.

Отмечу некоторые замечания и пожелания к работе.

1. В определениях слабого решения 2.1.1 и 2.2.1 (с. 62, 86, 89) и соответствующих тождествах следует поменять местами дифференцирование и интегрирование по времени либо совсем снять интегрирование по времени. Эта опечатка перебралась и в автореферат.

Замечу, что в статьях, где опубликованы результаты этих параграфов, таких опечаток нет.

2. На с. 24 работы неточно определен (со ссылкой на (1.1.15)) радиус R шара, в котором находится решение задачи. Этот факт не влияет на доказательство теоремы 1.1.4.
3. При определении слабого решения на с. 14 было бы желательно хотя бы один раз в работе пояснить, как именно получается соответствующее тождество, а также привести вывод этого тождества для классического решения задачи с использованием формул Грина.

Переходя к оценке всей работы в целом, отмечу, что все результаты диссертации являются новыми и полностью обоснованными современными методами теории дифференциальных уравнений.

Основные результаты своевременно опубликованы в 10 работах, причем девять из них являются публикациями в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что представленная диссертация «Исследование математических моделей движения растворов полимеров с субстациональной и объективной производными», удовлетворяет всем требованиям п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Звягин Андрей Викторович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - «дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
математического анализа
Таврического национального университета
имени В. И. Вернадского

Копачевский Н.Д.

Подпись Копачевского Н.Д.

Заверяю:

Ученый секретарь
Таврического национального университета
имени В. И. Вернадского



Митрохина Л.М.